



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

Ripetere o Creare? Matematizzazione e Problem-Posing in Matematica

Simone Passarella

*Dipartimento di Matematica
Università degli Studi di Padova
simone.passarella@math.unipd.it*



INDICE

PERCHÉ MATEMATIZZAZIONE E PROBLEM-POSING?

REALISTIC MATHEMATICS EDUCATION (RME)

MATEMATIZZAZIONE

PROBLEM-POSING

ESEMPIO IN CLASSE

CONCLUSIONI



PERCHÉ MATEMATIZZAZIONE E PROBLEM-POSING?

PERCHÉ MATEMATIZZAZIONE E PROBLEM-POSING?

*Un capitano ha nella stiva della propria nave 26 pecore e 10 capre.
Quanti anni ha il capitano?*

PERCHÉ MATEMATIZZAZIONE E PROBLEM-POSING?

Connotazione strumentale della
matematica



Insegnamento stereotipato

Problemi di matematica come puri
esercizi meccanici



Riflessione e ragionamento
non vengono favoriti

PERCHÉ MATEMATIZZAZIONE E PROBLEM-POSING?

Connotazione strumentale della
matematica



Insegnamento stereotipato

Problemi di matematica come puri
esercizi meccanici



Riflessione e ragionamento
non vengono favoriti

Gli studenti hanno consolidato un insieme di regole:

- ogni problema ammette un'unica soluzione che si ottiene tramite operazioni con i dati del problema;
- si può andare contro il senso comune.

PERCHÉ MATEMATIZZAZIONE E PROBLEM-POSING?

Conoscenza strumentale della
matematica

Problemi di matematica come puri
esercizi meccanici

Insegnamento stereotipato

Riflessione e ragionamento
non vengono favoriti

gli studenti hanno consolidato un insieme di regole:

- ogni problema ammette un'unica soluzione che si ottiene tramite operazioni con i dati del problema,
- si può andare contro il senso comune.

REALISTIC MATHEMATICS EDUCATION (RME)

REALISTIC MATHEMATICS EDUCATION (RME)

Teoria educativa specifica per l'ambito matematico

REALISTIC MATHEMATICS EDUCATION (RME)

Teoria educativa specifica per l'ambito matematico

Attività

Contesti

REALISTIC MATHEMATICS EDUCATION (RME)

ATTIVITÀ

Matematica come attività e non come un sistema di regole pre-confezionate, il cui nucleo sta nel processo di **matematizzazione**.

Matematizzazione di realtà quotidiane ma anche della matematica stessa.

Attività di matematizzazione che si riflette in classe in una **partecipazione attiva** degli studenti.

L'apprendimento diviene conoscenza e comprensione costruita, in un'interazione continua tra insegnante ed alunni che può essere sintetizzata come

re-invenzione guidata,

in un equilibrio tra la libertà dell'alunno e la guida dell'insegnante.

REALISTIC MATHEMATICS EDUCATION (RME)

CONTESTI

Nei problemi è fondamentale il contesto, poiché supporta opportunità di matematizzazione ed il processo di reinvenzione guidata.

Contesti realistici, cioè esperienzialmente reali: anche situazioni dal mondo della matematica, purché abbiano significato per lo studente.

Matematica ruolo centrale: **contesti ricchi**, come punto di partenza per lo sviluppo di concetti matematici e loro applicazioni.

MATEMATIZZAZIONE

MATEMATIZZAZIONE

Orizzontale

Descrivere una situazione in termini matematici e viceversa.

Mondo reale



Mondo simboli

Gli studenti usano strumenti matematici per risolvere problemi reali

MATEMATIZZAZIONE

Orizzontale

Descrivere una situazione in termini matematici e viceversa.

Mondo reale



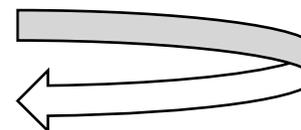
Mondo simboli

Gli studenti usano strumenti matematici per risolvere problemi reali

Verticale

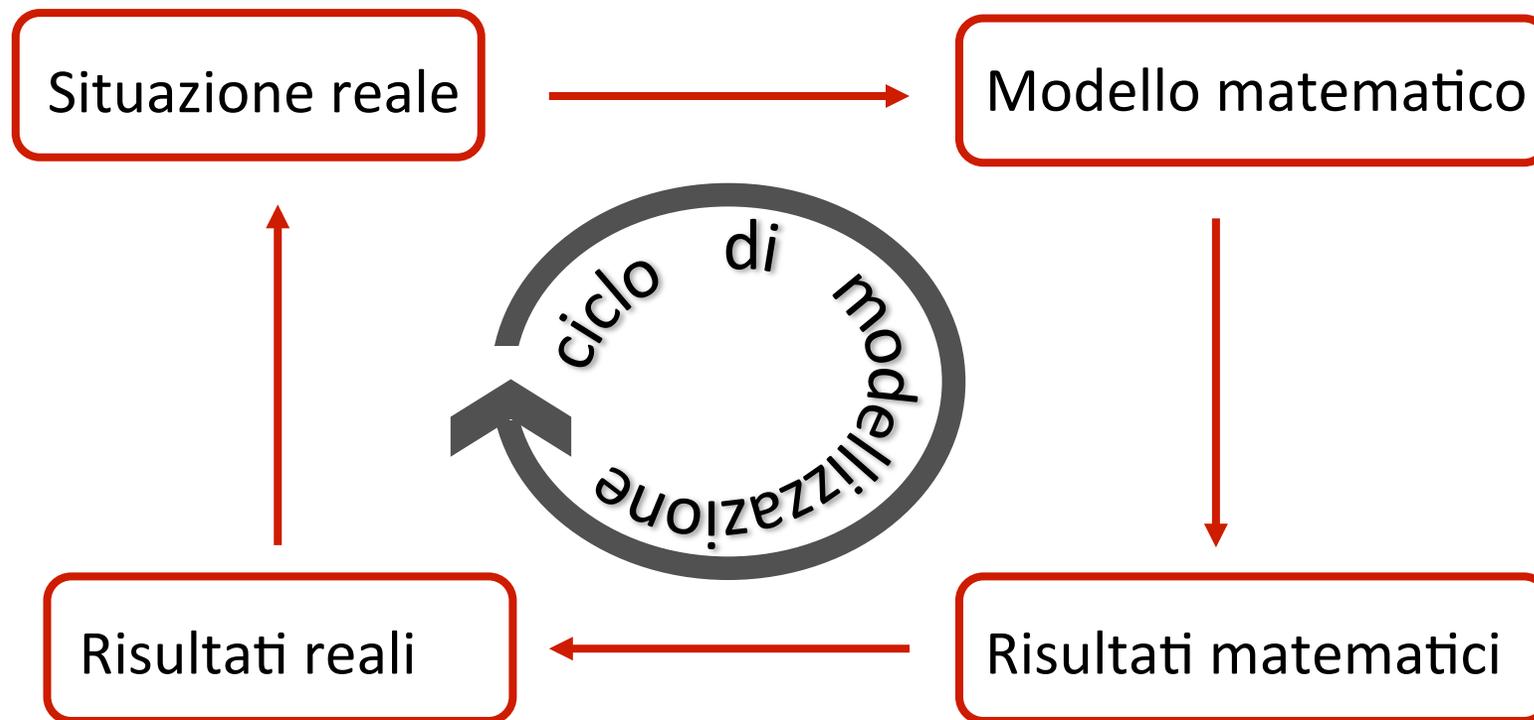
Matematizzare la propria attività matematica, in cui la riflessione porta a gradi più alti di formalizzazione.

Mondo simboli



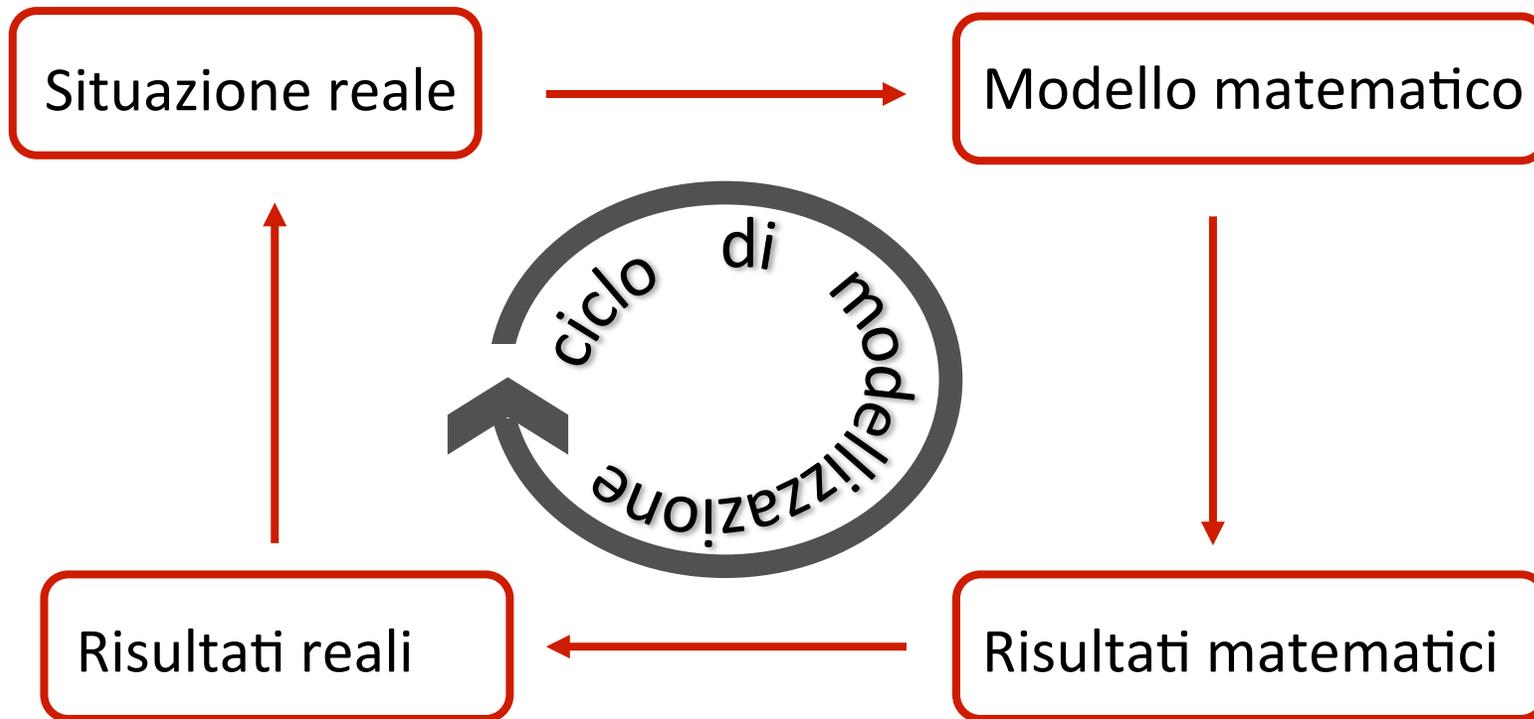
Gli studenti riconoscono relazioni matematiche ed operano con esse.

MATEMATIZZAZIONE



MATEMATIZZAZIONE

Matematizzazione orizzontale



Matematizzazione verticale ?

Matematizzazione orizzontale

MATEMATIZZAZIONE

- Attenzione a non ricadere in problemi specifici la cui soluzione è un'applicazione standard della matematica già studiata.
- Il processo di modellizzazione, invece, partendo dalla matematizzazione delle proprie strategie informali, giunge alla formulazione di concetti matematici in strutture formali generali (modellizzazione emergente).
- Gli studenti non necessitano a priori di strumenti matematici, ma il processo stesso di modellizzazione è una via per **creare**, o meglio re-inventare, concetti ed applicazioni della matematica.
- Processo di apprendimento a lungo termine che conferisce senso al fare matematica.

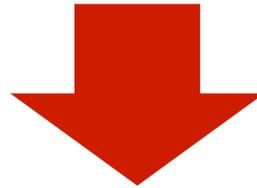
PROBLEM-POSING

PROBLEM-POSING

Processo in cui, sulla base di un'esperienza matematica, gli studenti **creano** personali interpretazioni di situazioni concrete sotto forma di un problema matematico.

PROBLEM-POSING

Processo in cui, sulla base di un'esperienza matematica, gli studenti **creano** personali interpretazioni di situazioni concrete sotto forma di un problema matematico.



Gli studenti contribuiscono attivamente al proprio processo di apprendimento

PROBLEM-POSING

PP - PS

PRIMA

Il problem-posing è presente prima della risoluzione di un problema, quando questo viene formulato a partire da uno stimolo iniziale.

MENTRE

Il problem-posing è presente durante la risoluzione di un problema, quando un soggetto modifica obiettivi e condizioni

DOPO

Il problem-posing è presente dopo la risoluzione di un problema, quando viene modificato il contesto o si applica a nuove situazioni

PROBLEM-POSING

Per realizzare attività di problem-posing si deve partire da una situazione significativa sia per gli studenti che per la matematica stessa.

PROBLEM-POSING

Per realizzare attività di problem-posing si deve partire da una situazione significativa sia per gli studenti che per la matematica stessa.

CONTESTO REALISTICO

CONTESTO RICCO

PROBLEM-POSING

Per realizzare attività di problem-posing si deve partire da una situazione significativa sia per gli studenti che per la matematica stessa.

CONTESTO REALISTICO
ARTEFATTO
CONTESTO RICCO

PROBLEM-POSING

ARTEFATTI

Oggetti significativi per gli studenti poiché parte della loro esperienza e riferiti a situazioni concrete

Ricchi di aspetti matematici

Duplici appartenenza: mondo reale e dei simboli

Possono essere reali o riprodotti

PROBLEM-POSING

PASSARE ALLO SMARTPHONE NON È MAI STATO COSÌ SCONTATO.
Portaci il tuo vecchio cellulare e approfitta degli sconti.

SAMSUNG GALAXY W
Smartphone 10.160 GALAXY W. Android 2.2. Wi-Fi, GPS, fotocamera da 3.2 Mega Pixel. Prezzo da 299€ a 249€ (-50€).
Nokia Operatore: Android 2.2. Processore da 1.2 GHz, GPS.

NOKIA LUMIA 800
Smartphone LUMIA 800. Windows Phone 7.1. Wi-Fi, GPS, fotocamera da 8.0 Mega Pixel. Prezzo da 499€ a 399€ (-100€).
Nokia Operatore: Windows Phone 7.1. Processore da 1.2 GHz, GPS.

NOKIA LUMIA 701
Smartphone LUMIA 701. Windows Phone 7.1. Wi-Fi, GPS, fotocamera da 3.2 Mega Pixel. Prezzo da 249€ a 199€ (-50€).
Nokia Operatore: Windows Phone 7.1. Processore da 1.2 GHz, GPS.

HTC SENSATION
Smartphone SENSATION. Android 2.2. Wi-Fi, GPS, fotocamera da 5.0 Mega Pixel. Prezzo da 499€ a 299€ (-200€).
HTC Operatore: Android 2.2. Processore da 1.2 GHz, GPS.

SAMSUNG GALAXY NEXUS
Smartphone GALAXY NEXUS. Android 2.2. Wi-Fi, GPS, fotocamera da 5.0 Mega Pixel. Prezzo da 599€ a 549€ (-50€).
Samsung Operatore: Android 2.2. Processore da 1.2 GHz, GPS.

ESEMPIO IN CLASSE

ESEMPIO IN CLASSE

3D- PACKAGING

Bevandeitalia.srl
Corso Stati Uniti, Padova

Oggetto: assunzione a tempo indeterminato addetto reparto imballaggi.

Bevandeitalia, leader mondiale nella produzione e distribuzione di bevande, ricerca addetto per reparto imballaggi. Contratto a tempo indeterminato di 19 630 euro lordi annui. Per candidarsi è necessario presentare un progetto con allegato il proprio curriculum vitae. Il progetto richiede una stima del capitale necessario per la realizzazione di imballaggi per bevande, rispettando i seguenti vincoli:

- Litri iniziali da imballare di

Acqua	Succo di frutta	Bibita gassata
1000	500	350

- Diversificazione delle tipologie di imballaggio, secondo forma (almeno due per ogni bevanda) e materiali utilizzati.

Presentazione domanda: 18/01/19, presso Liceo Curiel, via Durer 14 Padova.

GENNAIO 2019
Specialisti del Fai da Te

**SPECIALE
IMBALLAGGI**

FERRAMENTA ARCELLA

 <p>9,90 EURO/mq</p> <p>Cartone rivestito per alimenti Spessore (mm) 2</p>	 <p>19,90 EURO/mq</p> <p>Fogli di alluminio per alimenti Spessore (mm) 1,5</p>	
<p>0,80 EURO</p> <p>Modello: Green</p> <p>Altezza (mm): 241,5</p> <p>Diametro spalla (mm): 68,5</p> <p>Diametro base (mm): 68,5</p> 	<p>1,40 EURO</p> <p>Modello: Ampolla</p> <p>Altezza (mm): 292,5</p> <p>Diametro spalla (mm): 94,4</p> <p>Diametro base (mm): 83,7</p> 	<p>1,50 EURO</p> <p>Modello: Giara</p> <p>Altezza (mm): 306,0</p> <p>Diametro spalla (mm): 86,0</p> <p>Diametro base (mm): 86,0</p> 

ESEMPIO IN CLASSE

Bottiglia Ampolla

Modello	Ampolla
Altezza [mm]	292,5
Diametro Spalla [mm]	94,4
Diametro Base [mm]	83,7
	1,40 €



Abbiamo suddiviso la bottiglia in un cono ed un cilindro.
Tramite una proporzione abbiamo calcolato l'altezza dei rispettivi solidi:

$$4 \text{ cm} : 10 \text{ cm} = x : 306 \text{ mm}$$

$$h(\text{cono}) \ x = (4 \cdot 306) / 10 = 1,224 \text{ dm}$$

Tramite la differenza abbiamo calcolato l'altezza del cilindro. $h(\text{cilindro}) = 1,836 \text{ dm}$

$$V(\text{cilindro}) = 3,14 \cdot r^2 \cdot h = 1,066 \text{ dm}^3 \quad V(\text{cono}) = (3,14 \cdot r^2 \cdot h) / 3 = 0,237 \text{ dm}^3 \quad V(\text{totale}) = 1,303 \text{ dm}^3$$

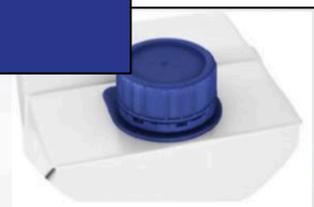
Tramite il rapporto tra i litri totali di acqua e il volume totale di una bottiglia otteniamo il numero totale di bottiglie che devono essere imballate

$$1000 \text{ l} / 1,303 \text{ l} = 767,5 \text{ l}$$

Approssimiamo per eccesso a 768 bottiglie. Moltiplicando il numero delle bottiglie per il costo di

una bottiglia otteniamo il prezzo totale: $768 \cdot 1,50 \text{ €} = 1152 \text{ €}$

formato più grande dell'imballaggio, ideale per un utilizzo casalingo.



- Questa seconda tipologia di apertura, per l'imballaggio più piccolo, è invece progettata per l'inserimento di una cannucchia, perfetto per una consumazione "fuori casa".



	Volume contenitore (L)	Volume liquido contenuto (L)	Superficie singolo pezzo (cm2)	Prezzo singolo pezzo (€)	N° pezzi	Prezzo totale (€)
Modello «green»	0,59	0,5	-	0,80	1000	800
Modello «giara»*	1,225	1,25	-	1,5	400	600
Succo di frutta						
Brick	0,202	0,200	0,0215	0,213	1250	266
Cartone grande	1,118	1,0	0,0723	0,716	250	178,90
Bibita gassata						
Lattina	0,386	0,33	0,294	0,585	530	310
Modello «ampolla»	1,15	1,0	-	1,4	175	245

*Il volume calcolato risulta minore del volume di liquido contenuto perché abbiamo considerato le grandezze standard delle bottiglie e previsto un errore nell'approssimazione del volume

Etichette del brand (CF) e (CV)



ESEMPIO IN CLASSE

CREAZIONE

Il problema proposto ha stimolato gli studenti a creare concetti matematici di cui avevano bisogno.

CONSIDERAZIONI REALISTICHE

Gli studenti hanno prestato attenzione ai legami con la realtà, presentando soluzioni realistiche (approssimazioni, design, risparmio,...). Questo tipo di attività, quindi, conferisce senso al fare matematica, e sviluppa ragionamento e pensiero critico negli alunni.

MOTIVAZIONE

Il lavoro in gruppo ed il problema assegnato hanno motivato gli studenti.

PARTECIPAZIONE ATTIVA

Molti studenti che hanno difficoltà in matematica hanno partecipato attivamente all'attività.

PENSIERO CRITICO

Lo sviluppo ed il potenziamento di un pensiero critico negli studenti, da loro non solo competenze matematiche, ma anche strumenti per affrontare la società in cui vivono.

CONCLUSIONI

- Re-invenzione guidata come espressione di un processo attivo della didattica della matematica, intesa nella sua duplice natura di insegnamento ed apprendimento.
- Importanza di contesti significativi per lo studente e per il processo di matematizzazione.
- Attività di matematizzazione e problem-posing trascendono la dicotomia tra conoscenza formale ed informale, permettendo di sviluppare abilità non solo pertinenti alla disciplina, ma utili ad affrontare la società in generale.
- Didattica flessibile alle necessità del singolo → differenziazione spontanea.
- Centralità della matematica.



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

Ripetere o Creare? Matematizzazione e Problem-Posing in Matematica

Simone Passarella

Dipartimento di Matematica
Università degli Studi di Padova
simone.passarella@math.unipd.it

 **DIPARTIMENTO
MATEMATICA**
Dipartimento di Matematica "Tullio Levi-Civita"

GRAZIE PER L'ATTENZIONE